Penerapan Konsep Limit Fungsi dalam Kehidupan Sehari-Hari: Dari Kecepatan hingga Ekonomi

Bariq Hibatullah Sukendar[1*], Jessie Irvine Theresya[1], Sinta Dwi Saputri[1], Ul'fah Hernaeny [1]

Program Studi Pendidikan Matematika dan Universitas Indraprasta PGRI Kampus B, Jakarta Timur, Indonesia
* bariqhibatullah7@gmail.com

Received: 28 October 2024
Revised: 4 May 2025
Accepted: 11 May 2025

Citation:
Sukendar, B. H., Theresya, J. I., Saputri, S. D., & Hernaeny, U. (2025). Penerapan konsep limit fungsi dalam kehidupan sehari-hari: Dari kecepatan hingga ekonomi. *QOMARUNA Journal of Multidisciplinary Studies*, 2(2), 22-36
https://doi.org/10.62048/qjms.v2i2.71

Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open-access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

ABSTRACT

The concept of limits in functions is a fundamental aspect of calculus with various practical applications in everyday life. This study investigates the application of limits in the fields of physics, economics, and biology. In physics, the concept of limits is used to calculate instantaneous velocity and acceleration, which are crucial for understanding the dynamics of motion. In the economic sector, limits play a role in marginal cost analysis and predicting economic growth, while in biology, limits are employed to model population growth approaching the carrying capacity of the environment. Furthermore, this study identifies gaps in the teaching of limits in schools and universities, particularly in the integration of interdisciplinary applications. The findings of this research indicate that limits are not only mathematical analysis tools but also practical solutions to various challenges across different fields of life.

Keywords: *function limit, instantaneous velocity, economics, physics*

ABSTRAK

Konsep limit fungsi merupakan salah satu fondasi penting dalam kalkulus dengan berbagai aplikasi praktis dalam kehidupan sehari-hari. Penelitian ini menyelidiki penerapan limit fungsi dalam bidang fisika, ekonomi, dan biologi. Dalam fisika, konsep limit digunakan untuk menghitung kecepatan sesaat dan percepatan, yang penting untuk memahami dinamika gerak. Di sektor ekonomi, limit berfungsi dalam analisis biaya marginal dan peramalan pertumbuhan ekonomi, sementara dalam biologi, limit digunakan untuk memodelkan pertumbuhan populasi yang mendekati kapasitas daya dukung lingkungan. Selain itu, studi ini mengidentifikasi kesenjangan dalam pengajaran limit fungsi di sekolah dan universitas, terutama dalam integrasi aplikasi lintas disiplin. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa limit fungsi tidak hanya berfungsi sebagai alat analisis matematis, tetapi juga sebagai solusi praktis untuk berbagai tantangan di berbagai bidang kehidupan.

Kata kunci: limit fungsi, kecepatan sesaat, ekonomi, fisika

1. Pendahuluan

Konsep limit fungsi bukan sekadar fondasi matematika teoretis; ia juga menjadi jembatan untuk memahami fenomena kompleks di berbagai disiplin. Dalam fisika, limit memungkinkan perhitungan kecepatan dan percepatan sesaat yang vital bagi analisis gerak. Di bidang ekonomi, limit menopang kajian biaya serta utilitas marginal dalam optimalisasi sumber daya. Sementara itu, di biologi, limit

membantu memodelkan dinamika populasi yang mendekati daya dukung lingkungan sehingga menawarkan wawasan tentang keberlanjutan ekosistem.

2. Pendahuluan

Konsep limit fungsi bukan sekadar fondasi matematika teoretis; ia juga menjadi **jembatan** untuk memahami fenomena kompleks di berbagai disiplin. Dalam fisika, limit memungkinkan perhitungan kecepatan dan percepatan sesaat yang vital bagi analisis gerak. Di bidang ekonomi, limit menopang kajian biaya serta utilitas marginal dalam optimalisasi sumber daya. Sementara itu, di biologi, limit membantu memodelkan dinamika populasi yang mendekati daya dukung lingkungan sehingga menawarkan wawasan tentang keberlanjutan ekosistem.

Namun, relevansi praktis konsep ini kerap terhalang oleh kesenjangan pedagogik dan kurangnya pendekatan lintas disiplin. Banyak kurikulum menekankan prosedur perhitungan tanpa menautkannya pada situasi nyata, sehingga peserta didik sulit melihat keterhubungan antara limit, teknologi, ekonomi, dan biologi. Penelitian-penelitian sebelumnya, misalnya Guichard dkk. (2018) di kalkulus dan fisika, Mankiw (2014) di ekonomi mikro, Nur Aini & Lutfi (2019) di keuangan, serta Cormen dkk. (2009) di analisis algoritma, masih bersifat sektoral. Studi yang secara holistik menelaah penerapan limit dalam kehidupan sehari-hari masih jarang, sehingga kebutuhan akan pendekatan inovatif menjadi semakin mendesak.

Berdasarkan uraian tersebut, tulisan ini mengajukan tiga pertanyaan utama:

1. Bagaimana konsep limit fungsi diterapkan dalam fisika, ekonomi, dan biologi?
2. Sejauh mana pemahaman limit membantu menyelesaikan masalah nyata, seperti memprediksi tren ekonomi, menghitung kecepatan, dan menganalisis pertumbuhan populasi?
3. Apa manfaat konkret yang muncul ketika limit fungsi digunakan sebagai alat pemecahan masalah di dunia praktis?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, penelitian ini bertujuan: (i) menggambarkan secara terperinci penerapan limit dalam perhitungan kecepatan-percepatan (fisika), proyeksi pertumbuhan ekonomi (ekonomi), dan dinamika populasi (biologi); (ii) mengevaluasi kontribusi konsep limit dalam memecahkan masalah riil; serta (iii) merumuskan implikasi praktis yang dapat memperkaya metode pengajaran maupun pengambilan keputusan lintas bidang. Dengan pendekatan tersebut, studi ini diharapkan memberikan pemahaman komprehensif tentang peran sentral limit fungsi dalam ilmu pengetahuan dan kehidupan sehari-hari.

3. Tinjauan Pustaka

Limit fungsi merupakan salah satu konsep fundamental dalam kalkulus yang memainkan peran penting di berbagai disiplin ilmu. Dalam fisika, limit digunakan untuk menghitung kecepatan sesaat, yang merupakan turunan dari posisi terhadap waktu. Pendekatan ini memberikan dasar matematis yang kuat untuk memahami dinamika gerak, seperti yang dibahas oleh (Ditta Sari & Prihandono, 2018), Sementara itu, di bidang ekonomi, limit digunakan untuk menganalisis konsep biaya marginal dan utilitas marginal, yang keduanya merupakan elemen kunci dalam pengambilan keputusan ekonomi (Mankiw & N. G., 2014). Contohnya, limit membantu menjelaskan bagaimana tambahan produksi memengaruhi biaya total atau bagaimana perubahan konsumsi memengaruhi kepuasan seseorang secara bertahap. Selain itu, pemodelan keuangan juga banyak memanfaatkan limit untuk menghitung nilai kini dari arus kas di masa depan. Hal ini penting dalam analisis investasi dan penentuan harga aset, seperti yang dijelaskan oleh (J. Hull & White, 2017).

Tidak hanya dalam bidang ekonomi dan fisika, limit juga berperan dalam teknologi, khususnya dalam pengembangan algoritma. Misalnya, konsep limit digunakan untuk memodelkan dan mengukur kompleksitas algoritma, yang merupakan dasar untuk mengevaluasi efisiensi sistem komputasi. Hal ini penting untuk memastikan bahwa algoritma bekerja dengan optimal bahkan dalam skala besar atau di bawah batasan tertentu (J. C. Hull & Rotman, 2017). keseluruhan, penelitian terbaru menunjukkan bahwa penerapan limit fungsi memiliki jangkauan aplikasi yang sangat luas. Namun, integrasi aplikasi konsep ini di berbagai disiplin ilmu masih jarang dieksplorasi secara mendalam.

Berdasarkan temuan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengisi celah yang ada dengan melakukan sintesis dari berbagai literatur yang relevan. Fokus utama adalah mengeksplorasi bagaimana konsep limit fungsi dapat diterapkan secara praktis dalam berbagai konteks kehidupan sehari-hari, baik dalam fisika, ekonomi, teknologi, maupun bidang lainnya. Dengan pendekatan ini, penelitian diharapkan dapat memberikan pandangan yang lebih holistik mengenai peran limit fungsi, tidak hanya sebagai konsep matematis abstrak tetapi juga sebagai alat yang memberikan solusi nyata dalam berbagai permasalahan praktis.

4. Metode

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur (literature review) untuk mengkaji berbagai sumber ilmiah yang relevan dengan penerapan konsep limit fungsi dalam kehidupan sehari-hari. Pendekatan ini melibatkan penelusuran, pengumpulan, dan analisis data dari beragam literatur, termasuk buku referensi, artikel jurnal ilmiah, dan publikasi terpercaya yang membahas penerapan limit fungsi di berbagai disiplin ilmu, seperti fisika, ekonomi, dan teknologi.

Dalam tahap pertama, penelusuran literatur dilakukan dengan menggunakan kata kunci tertentu, seperti "limit fungsi," "kalkulus dalam kehidupan sehari-hari," "penerapan limit dalam fisika," "limit dalam ekonomi," dan "limit dalam teknologi." Sumber-sumber yang relevan dipilih berdasarkan kesesuaian dengan fokus penelitian, yaitu menjelaskan penerapan limit fungsi dalam konteks praktis.

Selanjutnya, setiap literatur dianalisis secara mendalam untuk mengidentifikasi aplikasi konkret dari konsep limit. Misalnya, dalam fisika, analisis dilakukan terhadap penerapan limit untuk menghitung kecepatan sesaat atau percepatan. Dalam ekonomi, literatur yang membahas konsep biaya marginal, utilitas marginal, dan pemodelan keuangan dengan limit menjadi fokus utama. Sementara itu, di bidang teknologi, perhatian difokuskan pada penerapan limit dalam memodelkan kompleksitas algoritma dan efisiensi sistem komputasi.

Data yang diperoleh dari literatur kemudian disintesiskan untuk memberikan gambaran yang menyeluruh tentang bagaimana konsep limit fungsi dapat diterapkan secara praktis dalam kehidupan sehari-hari. Dengan pendekatan ini, penelitian diharapkan mampu mengungkapkan manfaat dan relevansi limit fungsi tidak hanya sebagai konsep matematis tetapi juga sebagai alat penting untuk menyelesaikan berbagai permasalahan nyata di berbagai bidang.

5. Hasil dan Pembahasan

Konsep limit fungsi adalah salah satu pilar dalam kalkulus yang memiliki penerapan luas dalam kehidupan sehari-hari, khususnya di bidang ekonomi dan matematika. Limit fungsi memungkinkan kita untuk memodelkan berbagai fenomena yang bersifat dinamis dan kompleks. Dalam bidang ekonomi, limit sering digunakan untuk menganalisis biaya marginal, keuntungan maksimum, dan keseimbangan pasar. Sementara itu, dalam matematika, limit menjadi landasan untuk memahami turunan dan integral yang digunakan dalam berbagai konteks aplikasi praktis.

4.1 Penerapan Limit Dalam Ekonomi

Dalam ekonomi, limit fungsi sering digunakan untuk menentukan biaya marginal, yaitu tambahan biaya yang diperlukan untuk memproduksi satu unit tambahan barang. (Anugrah et al., 2022)menjelaskan bahwa konsep limit membantu mengidentifikasi titik optimal produksi untuk memaksimalkan keuntungan berdasarkan hubungan antara biaya marginal dan pendapatan marginal. Penelitian lain oleh (Syakira Nabilla & Nursanti, 2024) menyoroti bagaimana matematika ekonomi memanfaatkan limit untuk memodelkan keseimbangan pasar dalam sistem ekonomi yang dinamis.

Selain itu, limit fungsi juga digunakan dalam analisis makroekonomi, seperti menghitung jumlah uang yang beredar dan kecepatan perputarannya dalam suatu sistem ekonomi. Dengan menggunakan limit, ekonom dapat memproyeksikan dampak perubahan variabel ekonomi terhadap hasil akhir yang diinginkan.

4.1.1 Limit dalam Ekonomi: Pendekatan Nilai Tukar dan Bunga Investasi

Dalam ekonomi, limit sering digunakan untuk memodelkan bunga majemuk dan nilai tukar mata uang. Misalnya, bunga majemuk diterapkan pada investasi dengan pertumbuhan bunga yang dihitung pada interval waktu tertentu. Ketika frekuensi perhitungan bunga semakin pendek (mendekati waktu kontinu), kita dapat menggunakan konsep limit untuk menghitung nilai masa depan dari investasi tersebut (Tri Septifany Rustam Hidayat Sri Sulasmiyati, 2015).

$$A = Pe^{rt} \tag{1}$$

Contoh: Bunga majemuk kontinu dihitung menggunakan rumus yang di mana A adalah jumlah akhir, P adalah modal awal, adalah tingkat bunga, dan t adalah waktu. Ketika bunga dihitung semakin sering (misalnya setiap hari), hasil bunga majemuk mendekati hasil bunga majemuk kontinu, yang dihitung dengan limit.

4.1.2 Limit dalam Penyusutan Nilai Barang

Gambar Limit juga dapat digunakan untuk memodelkan penyusutan nilai barang, seperti mobil, di mana nilainya cenderung menurun seiring waktu. Penyusutan ini sering dimodelkan dengan fungsi eksponensial, di mana nilai barang mendekati nol setelah periode waktu tertentu. Meskipun nilai barang tidak pernah benar-benar menjadi nol, ia mendekati nol secara asimptotik seiring berjalannya waktu (Fransiscani & Turnip, 2024).

$$V(t) = V0e^{-rt} \tag{2}$$

Contoh: Pada reaksi reversibel, ketika sistem mendekati keseimbangan, konsentrasi reaktan dan produk tidak berubah secara signifikan lagi, dan ini dapat dijelaskan menggunakan limit.

4.2 Penerapan Limit dalam Matematika

Dalam matematika, limit merupakan dasar untuk memahami turunan dan integral, yang menjadi alat penting dalam memecahkan berbagai permasalahan. (Kulsum et al., 2020) menjelaskan bahwa pemahaman terhadap konsep limit dapat membantu siswa dalam menyelesaikan persoalan matematika yang kompleks, seperti limit fungsi trigonometri dan limit fungsi tak hingga.
Menurut (Lailatus Syarifah, 2017), limit digunakan untuk menjelaskan perubahan nilai variabel dalam fungsi tertentu, yang berguna dalam aplikasi fisika, seperti kecepatan sesaat. Selain itu, (Firmanti et al., 2023) menunjukkan bahwa penggunaan mind mapping dalam pembelajaran limit dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam memahami keterkaitan antara limit dan disiplin ilmu lainnya.

4.2.1 Limit dalam Fisika: Kecepatan dan Akselerasi Sesaat

Dalam fisika, konsep limit fungsi memainkan peran penting dalam menghitung kecepatan dan akselerasi sesaat. Kecepatan sesaat suatu benda pada waktu tertentu dapat dihitung sebagai limit perubahan posisi (jarak) terhadap waktu ketika interval waktu mendekati nol. Hal ini dijelaskan dengan menggunakan turunan dalam kalkulus, yang memungkinkan kita menghitung kecepatan pada momen spesifik tanpa memperhatikan perubahan yang lebih besar. Misalnya, untuk menghitung kecepatan sesaat sebuah mobil pada detik tertentu, kita menggunakan limit fungsi turunan dari jarak terhadap waktu. Demikian pula, akselerasi sesaat, yang merupakan perubahan kecepatan terhadap waktu, dapat dihitung sebagai limit turunan dari kecepatan terhadap waktu (Hasanah, 2019)

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} \tag{3}$$

Contoh: Jika posisi mobil dinyatakan dengan fungsi $S(t) = 5t^2 + 3t$ (dalam meter), kecepatan sesaat pada waktu $t = 2$ detik dapat dihitung dengan mencari turunan fungsi tersebut dan mengevaluasinya pada $t = 2$.
Kecepatan sesaat mobil pada $t = 2$ detik adalah $v(2) = 10.2 + 3 = \frac{23m}{s}$

4.2.2. Limit dalam Reaksi Kimia dan Keseimbangan

Dalam kimia, limit digunakan untuk menggambarkan reaksi yang mendekati keseimbangan. Dalam banyak reaksi kimia, kondisi keseimbangan dicapai ketika laju reaksi maju dan mundur menjadi sama. Namun, dalam beberapa kasus, reaksi tidak pernah benar-benar selesai, tetapi mendekati keseimbangan seiring waktu. Konsep limit membantu menggambarkan keadaan reaksi saat mendekati kondisi ini (Atkins et al., 2014).

$$N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3 \tag{4}$$

Contoh: Pada reaksi reversibel, ketika sistem mendekati keseimbangan, konsentrasi reaktan dan produk tidak berubah secara signifikan lagi, dan ini dapat dijelaskan menggunakan limit.

4.3 Keterkaitan Limit dengan Kehidupan Sehari-Hari

Penerapan limit tidak hanya terbatas pada teori, tetapi juga digunakan dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari.Hambal Azhari et al (2024) menjelaskan bahwa konsep ini membantu dalam merancang alat otomatis, seperti penggunaan limit switch pada teknologi otomasi. Penerapan ini menunjukkan bagaimana limit dapat memberikan solusi praktis dalam berbagai bidang, termasuk teknologi dan teknik.
Dalam konteks pembelajaran, Purba & Erina Hutagaol, (2017) menemukan bahwa pengenalan limit dalam kehidupan sehari-hari dapat membantu siswa memahami konsep matematika yang abstrak. Contohnya, siswa diajarkan untuk memodelkan masalah nyata, seperti kecepatan kendaraan atau pertumbuhan populasi, dengan menggunakan konsep limit fungsi.
Penerapan limit fungsi dalam kehidupan sehari-hari mencakup berbagai bidang, terutama ekonomi dan matematika. Dalam ekonomi, limit membantu memaksimalkan keuntungan dan menentukan keseimbangan pasar. Sementara itu, dalam matematika, limit menjadi dasar bagi turunan dan integral, yang memiliki aplikasi luas dalam ilmu pengetahuan dan teknologi. Dengan memahami konsep ini, kita dapat lebih mudah memodelkan dan memecahkan permasalahan kompleks yang muncul dalam kehidupan sehari-hari.

4.3.1 Limit dalam Pertumbuhan Populasi

Dalam biologi, model pertumbuhan populasi seringkali melibatkan penggunaan limit fungsi. Sebagai contoh, ketika populasi satwa liar atau manusia mencapai kapasitas maksimum lingkungan (carrying capacity), pertumbuhan populasi cenderung mendekati batas tertentu, namun tidak pernah mencapainya secara eksak. Model pertumbuhan logistik menggambarkan hal ini, dengan populasi mendekati kapasitas maksimum ketika waktu mendekati tak hingga (Pratama et al., 2013).

Dalam model pertumbuhan populasi, konsep limit digunakan untuk menganalisis bagaimana populasi mencapai daya dukung maksimum berdasarkan model pertumbuhan logistik . Model ini sering digunakan dalam biologi , ekologi, dan ekonomi (Anggreini, 2018). Contoh: Model pertumbuhan logistik dinyatakan dengan fungsi

$$P(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k - p_0}{P0}\right) e^{-rt}} \tag{5}$$

atau

$$P(t) = \frac{k}{1 + Ae^{-rt}} \tag{6}$$

dimana

- $P(t)$ = populasi pada waktu t
- K = Kapasitas maksimum lingkungan
- A = Konstanta yang bergantung pada kondisi awal

$$A = \frac{K - P_0}{P_0} \tag{7}$$

- r = Tingkat pertumbuhan populasi
- e = Basis logaritma natural

4.3.2 Limit dalam Model

Ketika waktu $t \to \infty$ dalam waktu berjalan sangat lama, populasi P(t) mendekati kapasitas maksimum K. Dengan menggunakan konsep limit, maka kita menghitung dengan cara:

$$\lim_{t\to\infty} P(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{K}{1 + Ae^{-rt}} \tag{8}$$

Contoh

Misalkan:

- Kapasitas maksimum $K = 1000$
- Kondisi awal $P_0 = 50$
- Tingkat pertumbuhan $r = 0{,}1$

Penyelesaian:

$$A = \frac{K - P_0}{P_0} = \frac{1000 - 50}{50} = 19 \tag{9}$$

Menggunakan fungsi populasi:

$$P(t) = \frac{1000}{1 + 19e^{-0{,}1t}} \tag{10}$$

Untuk $t \to \infty$ menggunkan fungsi limit:

$$\lim_{t\to\infty} P(t) = \frac{1000}{1 + 19(0)} = 1000 \tag{11}$$

Maka dapat disimpulkan bahwa populasi mendekati 1000, menunjukkan bahwa lingkungan tidak dapat mendukung lebih dari 1000 individu.

4.3.3 Penerapan Limit dalam Teknologi dan Komputer

Selain fisika dan ekonomi, limit juga digunakan dalam teknologi untuk menganalisis efisiensi algoritma. Dalam ilmu komputer, limit membantu memahami bagaimana algoritma berperilaku ketika input mendekati tak hingga, yang memungkinkan para peneliti memprediksi performa algoritma dalam skenario ekstrem. Berikut penerapan limit dalam teknolohi dan komputer dantaranya:

1. Analisis Kompleksitas Algoritma

   Dalam ilmu komputer, limit digunakan untuk menganalisis kompleksitas algoritma, khususnya pada kasus terbaik, rata-rata, dan terburut (best case, average case, worst case). Hal ini sering diekspresikan menggunakan notasi Big-O (Agvieto & Vanesa Brenda, 2017).

   Contoh: sebuah algoritma memiliki waktu eksekusi $T(n) = 5n^2 + 3n + 10$. Ketika ukuran data (n) menjadi sangat besar, jika kita ingin mengetahui bagaimana waktu menyelesaikan $T(n)$ berubah:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{T(n)}{n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{T(n)}{n^2} = \frac{5n^2 + 3n + 10.}{n^2} \tag{12}$$

Penyederhanaan:

$$\lim_{n\to\infty} \left(5 + \frac{3}{n} + \frac{10}{n^2}\right) = 5 \tag{13}$$

Dapat disimpulkan waktu penyederhanaan algoritma ini tumbuh sebesar $O(n^2)$ ketika ukuran data besar.

2. Pemrosesan Sinyal Digital

Dalam pemrosesan sinyal digital (DSP), limit digunakan untuk memodelkan sinyal ketika sampel mendekati nilai kontinu. Misalnya, fungsi Fourier menggunakan konsep limit untuk merepresentasikan sinyal periodik dalam domain frekuensi (Dr. Eri Prasetyo Wibowo et al., 2012).

Contoh: jika $x(t)$ adalah sinya waktu kontinu dan $X(f)$ adalah transformasi Fourier-nya, maka fungsi dapat didefinisikan melalui limit integral:

$$X(f) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} x(t) = e^{-j2\pi ft} dt \tag{14}$$

Proses ini digunakan untuk mengubah sinyal dalam waktu menjadi spektrum frekuensi yang digunakan dalam teknologi komunikasi seperti telepon seluler atau pemrosesan audio.

3. Model Pembelajaran Mesin (Machine Learning)

Limit digunakan untuk mengoptimalkan fungsi loss (fungsi kerugian) dalam pelatihan model pembelajaran mesin. Proses pelatihan bertujuan untuk meminimalkan error ketika iterasi menuju konvergensi (Bloch & Book, 2020).

Contoh: Dalam optimasi gradient descent, bobot model diperbarui secara iteratif menggunakan langkah:

$$w_t + 1 = w_t - n\nabla L(w_t) \tag{15}$$

di mana

- $L(w)$ = fungsi loss
- n = learning rate
- $\nabla L(w_t)$ = gradien

Saat iterasi $t \to \infty$, bobot model (w_t) mendekati nilai optimal:

$$\lim_{t\to\infty} w_t = w^* \tag{16}$$

4. Komputasi Grafis

Dalam komputasi grafis, limit digunakan untuk memodelkan perubahan warna atau intensitas ketika pendekatan dilakukan terhadap objek tertentu. Misalnya, dalam rendering menggunakan Ray Tracing, intensitas cahaya dihitung berdasarkan jarak dari sumber (Khidmat et al., 2020).

Contoh: Ketika jarak dari cahaya $d \to \infty$, intensitas I cahaya pada permukaan mendekati nol:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2}, \qquad \lim_{d\to\infty} I = 0 \tag{17}$$

5. Sistem Operasi dan Antrian

Dalam teori antrian, limit digunakan untuk memodelkan waktu rata-rata pelayanan atau waktu tunggu dalam sistem dengan jumlah pengguna yang sangat besar.

Contoh: Jika rata-rata waktu tunggu W(n) bergantung pada jumlah permintaan n, maka limit membantu memperkirakan waktu tunggu pada kondisi maksimum:

$$\lim_{n\to\infty} w_n \tag{18}$$

4.3.4 Penerapan Limit di Lingkungan Sekolah Menengah

Di tingkat sekolah menengah, konsep limit fungsional diperkenalkan dengan cara yang lugas dan bermanfaat untuk membangun landasan pemahaman siswa terhadap fungsi fundamental. Penekanannya ditempatkan pada pembelajaran tentang sifat dan fungsi serta penerapannya dalam situasi dunia nyata (Suratno & Sari, 2021).

1. Limit Dasar yang akan Diajarkan

Pada di tingkat ini, sekolah menengah mempelajari limit dasar yang difokuskan terhadap pengenalan konsep-konsep dasar yang sederhana dna mudah dipahami untuk membangun fondasi matematika yang kuat. Ada beberapa materi limit dasar yang perlu diajarkan:

- Fungsi Linear

Fungsi berbentuk $f(x) = mx + c$, dengan fokus pada gradien m dan c yang memotong sumbu y. Konsep limit digunakan untuk memeriksa nilai fungsi saat x mendekati angkat tersebut. Misalkan:

$$\lim_{x\to 2}(3x + 4) = 3(2) + 4 = 10 \tag{19}$$

- Fungsi Kuadrat

Pada Fungsi berbentuk $f(x) = a^2 + bx + c$, di mana peserta didik dapat mempelajari sifat grafik seperti titik puncak dan sumbu simetri. Limit ini digunakan untuk menganalisis nilai fungsi saat x mendekati titik tersebut atau titik tak hingga. Seperti:

$$\lim_{x\to\infty}(2x^2 + 3x + 4) = \infty \tag{20}$$

atau

$$\lim_{x\to-\infty}(2x^2 + 3x + 1) = \infty \tag{21}$$

- Fungsi Eksponensial

Pada Fungsi berbentuk $f(x) = a^2$, di mana $a > 0$ dan $a \neq 1$. Dengan penekanan pada pertumbuhan eksponensial seperti bungan majemuk populasi, dan pertumbukan bakteri. Seperti:

$$\lim_{x\to\infty}(2^x) = \infty \tag{20}$$

atau

$$\lim_{x\to-\infty}(2^x) = 0 \tag{21}$$

- Fungsi Logaritma

Fungsi berbentuk $f(x) = \log_a(x)$, dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ diperkenalkan sebagai invers dari fungsi eksponensial. Fungsi ini digunakan untuk menentukan nilai fungsi ketika x mendekati angka tertentu. Contoh:

$$\lim_{x \to 0^+} ln(x) = -\infty \tag{22}$$

atau

$$\lim_{x \to \infty} ln(x) = \infty \tag{23}$$

- Fungsi Rasional

Fungsi ini berfungsi untuk memodelkan hubungan proporsional ataupun perhitungan laju aliran fluida. Fungsi rasional ini berbentuk seperti $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, di mana P(x) dan Q(x) adalah polinomial. Contohnya:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 + 5}{2x^2 + 4} = \frac{3}{2} \tag{24}$$

- Fungsi Trigonometri

Pada fungsi ini sangat relevan dalam menganalisis gelomban, gerak osilasi, dan rekaysa suara. Fungsi trigonometri seperti $\sin(x), \cos(x), dan\ \tan(x)$. Seperti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin\, x}{x} = 1 \tag{25}$$

2. Contoh Studi Kasus

Kesenjangan dalam kajian belajar limit fungsi di lingkungan sekolah dan universitas menyoroti beberapa elemen kunci yang menghambat pemahaman semua peserta didik. Keterbatasan di lingkungan sekolah

- Menghitung Gradien Garis Lurus

Jika diberikan dua titik pada garis lurus, misalnya $A(1,2)$ dan $B(3,6)$, gradien garis lurus dihitung dengan

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 2}{3 - 1} = 2 \tag{26}$$

- Persamaan Eksponensial Sederhana

Bagaimana cara penyelesaian dari $2x = 16$

$$2x = 16 \tag{27}$$

$$x = \frac{16}{2}$$

$$x = 4$$

- Limit pada Fungsi Linear

Sebuah perusahaan transportasi menetapkan tarif tetap sebesar Rp10.000 dan tambahan Rp5.000 per kilometer perjalanan. Di mana x adalah jarak perjalanan dalam kilometer. Berapa biaya perjalanan untuk jarak mendekati 50 km?
Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 50} (5000x + 10000) = 5000(50) + 10000 = 250000 \quad (28)$$

Jadi, biaya perjalanan untuk jarak mendekati 50 km adalah Rp.250.000.

- Limit pada Fungsi Kuadrat

Sebuah bola dilempar ke atas dengan lintasan yang dinyatakan oleh fungsi: $h(t) = -4t^2 + 16t + 20$, di mana $h(t)$ adalah ketinggian (meter) dan t adalah waktu (detik). Apa ketinggian bola saat $t \to 3$ detik?
Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 3} h(t) = (-4(3)^2 + 16(3) + 20) = 32 \quad (29)$$

Jadi, ketinggian bola saat $t \to 3$ adalah 32 detik.

3. Pendekatan Pengaplikasian Kekehidupan Sehari-hari

Pendekatan dalam penerapan aplikasi konsep limit fungsional dalam kehidupan sehari-hari menyoroti berbagai isu yang terkait. Limit digunakan digunakandalam keuangan untuk menentukan majemuk dan nilai akhir investasi, terutama bila frekuensi bunga perhitungan konstan, sehingga memberikan prediksi yang lebih akurat dalam pengelolaan keuangan. Dalam bidang fisika, limit digunakan untuk menganalisis kecepatan kendaraan menggunakan perubahan posisi yang sangat kecil terhadap waktu, yang membantu dalam studi gerak. Dalam biologi, konsep limit digunakan dalam model pertumbuhan populasi logistik untuk menentukan bagaimana populasi spesies tertentu mempengaruhi lingkungan, yang penting untuk studi ekologi dan konservasi. Studi ini menunjukkan bahwa batasan bukanlah sebuah konsep abstrak melainkan memiliki aplikasi penting dalam memecahkan banyak masalah dunia nyata .memiliki aplikasi penting dalam memecahkan banyak masalah dunia nyata.

4.3.5 Penerapan Limit di Lingkungan Universitas

Di tingkat universitas dalam konsep limit fungsi menjadi salah satu dasar utama untuk menganalisis matematika dan kalkulus. Pembelajaran limit di universitas melibatkan eksplorasi yang lebih mendalam, abstrak, dan teoretis yang dibandingkan pada pengenalan dasar di sekolah menengah. Berikut beberapa pendalaman limit fungsi di universitas:

1. Pendalaman pada Limit Fungsi

Di universitas, limit tidak hanya diterapkan pada fungsi sederhana tetapi juga pada fungsi yang lebih kompleks seperti fungsi rasional, trigonometri, logaritmik, integral, dan eksponensial. Konsep limit digunakan sebagai dasar untuk memahami turunan dan integral yang kemudian diaplikasikan dalam berbagai bidang seperti fisika, ekonomi, dan teknik (Darma, 2012).

- Limit Suatu Fungsi

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \quad (30)$$

- Fungsi Multivariabel

$$\lim_{(x,y) \to (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + 1} \quad (31)$$

atau

$$\lim_{(P,V) \to (0,0)} = \frac{PV}{P + V}$$

(32)

- Integral sebagai Limit Jumlah

$$\int_a^b f(x) = dx \downarrow \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x)\Delta x_i \tag{33}$$

2. Contoh Studi Kasus

- Limit Suatu Fungsi

Sebuah perusahaan manufaktur memproduksi barang dengan biaya $C(x) = \frac{1000}{x} + 500$, di mana x adalah jumlah unit barang yang diproduksi. Berapa biaya rata-rata per unit C(x) saat jumlah barang yang di produksi x mendekati tak hingga?

Penyelesaian:

Dihitung limit fungsi biaya rata-rata per unit saat $x \to \infty$

$$\lim_{x\to\infty} C(x) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{1000}{x} + 500\right) \tag{34}$$

$$\lim_{x\to\infty} C(x) = 0 + 500 = 500 \tag{35}$$

- Fungsi Multivariabel

Dalam termodinamika, energi total suatu sistem tergantung pada dua variabel: tekanan (P) dan volume (V). Fungsi energinya diberikan, hitung limit energi saat tekanan (P) dan volume (V) mendekati nol secara bersamaan.

Penyelesaian:

$$\lim_{(P,V)\to(0,0)} = \frac{PV}{P+V} \tag{36}$$

Jika P = V, maka

$$\frac{PV}{P+V} = \frac{V^2}{2V} = \frac{V}{2}, \qquad \lim_{V\to 0} \frac{V}{2} = 0 \tag{37}$$

Jika P = 2V, maka

$$\frac{PV}{P+V} = \frac{2V^2}{2V+V} = \frac{2V}{3}, \qquad \lim_{V\to 0} \frac{2V}{3} = 0 \tag{38}$$

Jadi, terlepas dari jalur pendekatan nilai limit fungsi adalah 0

- Integral sebagai Limit Jumlah

Seorang petani ingin menghitung luas ladang berbentuk kurva yang berbeda di bawah grafik fungsi $f(x) = x^2$, antara $x = 0$ hingga $x = 2$. Berapa luas ladang tersebut menggunakan konsep integral sebagalimit jumlah?

Penyelesaian:

Dengan membagi interval [0,2] menjadi n bagian kecil, panjang setiap bagian adalah $\Delta x = \frac{2}{n}$. Titik-titik partisi adalah $x_i = \frac{2_i}{n}$. Maka jumlah rieman adalah

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{2i}{n}\right)^2 \cdot \frac{2}{n} \tag{39}$$

Sederhanakan

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{4i^2}{n^3} \cdot 2 = \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^{n} i^2 \tag{40}$$

Gunakan rumus

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{8}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (41)$$

Ambil limit $n \to \infty$

$$\lim_{n\to\infty} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3} = \frac{8 \cdot 2}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \quad (42)$$

Jadi, luas ladang adalah $\frac{8}{3}$ unit persegi.

3. Pendekatan Teoretis untuk Aplikasi Interdisipliner

Dukungan untuk teoritis penggunaan konsep fungsi limit dalam berbagai bidang akademik, termasuk sains, ekonomi, dan teknologi yang disediakan oleh universitas. Limit yang digunakan dalam fisika untuk mengukur energi kinetik atau momentum ketika waktu mencapai nol, di dalam analisis dinamika gerak yang lebih akurat. Dalam ekonomi, batasan sangat penting dalam analisis biaya marjinalanalisis biaya untuk menentukan untuk menentukan tingkat produksi terbaik dan mendukung pengambilan keputusan dengan memaksimalkan keuntungan sambil meminimalkan biaya. Di sisi lain, limit fungsi digunakan dalam komputer dan teknologi untuk menggambarkan efisiensi algoritma, seperti dalam pengoptimalankan penurunan gradien untuk menggambarkan pembelajaran mesin, yang bertujuan meminimalkan kesalahan dengan mencapai nilai optimal secara berulang. Limit fungsi merupakan alat crucial tool that connects yang menghubungkan teori matematika dengan solusi praktis di berbagai bidang studi.

4.4 Kesenjangan dalam Penerapan Limit di Lingkungan Sekolah dan Universitas

Kesenjangan dalam kajian belajar limit fungsi di lingkungan sekolah dan universitas menyoroti beberapa elemen kunci yang menghambat pemahaman semua peserta didik. Keterbatasan di lingkungan sekolah dan universitas menyoroti beberapa elemen utama yang menghambat pemahaman peserta didik. Pembelajaran ini cenderung bersifat sederhana dan aplikatif di tingkat sekolah menengah, namun seringkali kurang disertai visualisasi atau simulasi yang dapat membantu para peserta didik dalam memahami konsep dengan cara yang intuitif.

Selain itu, limit jarang diajarkan di dalam kaitannya dengan aplikasi bidang spesifik seperti teknologi atau ekonomi yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari. Di universitas, terfokuskan pada turunan, integral, dan analisis matematika jangka panjang, dengan pendekatan yang lebih abstrak dan teoritis terhadap limit. Transisi dari pendidikan praktis ke teoritis sering kali mengakibatkan kesulitan bagi para peserta didik yang tidak memiliki landasan yang kuat. Materi transisi yang menghubungkan kedua area ini, seperti simulasi teknologi atau penelitian interdisipliner, juga meningkatkan pemahaman dan penerapan limit fungsi dalam pendidikan formal.

4.5 Kesenjangan Penelitian dalam Penerapan Limit Fungsi

Penelitian tentang limit fungsi yang telah menghasilkan berbagai kontribusi dalam matematika dan pengaplikasian dilintas bidang, seperti sains, teknologi, dan ekonomi. Namun, terdapat beberapa kesenjangan yang membutuhkan perhatian lebih untuk memperluas pemahaman dan penerapannya. Berikut adalah beberapa kesenjangan utama:

4.5.1 Kurangnya Integrasi Interdisipliner dalam Penerapan Limit Fungsi

Konsep limit fungsi (lim) telah menjadi unsur fundamental dalam matematika dan aritmatika, penerapannya sering dikritik dalam ruang teoritis. Limit fungsi memiliki potensi potensi signifikan untuk memecahkan masalah di berbagai bidang termasuk teknologi informasi, ilmu data, ekonomi, dan statistik. Misalnya di mesin pendidikan, analisis fungsional digunakan untuk memahami konvergensi algoritma optimasi seperti penurunan gradien. Akan tetapi, penelitian yang mengkaji bagaimana konsep batas funcsi dapat diintegrasikan secara efektif dalam lingkungan interdisipliner.

Yang meneliti bagaimana konsep limit fungsional dapat diintegrasikan secara efektif dalam lingkungan interdisipliner. Kebutuhan di bidang teknologi dan terapan ilmu pengetahuan. Dan diperlukan untuk menyelidiki operasi sistem secara kolaboratif, seperti melalui analisis statistik, simulasi jaringan, atau pemodelan ekonomi. Tidak hanya membantu orang memahami konsep, tetapi juga membantu mereka menggunakannya dalam situasi dunia nyata.

4.5.2 Penelitian Tentang Efektifitas Pembelajaran Transisional dari Sekolah Menengah ke Universitas

Kesenjangan lain yang signifikan adalah penelitian yang kurang efektivitas pendekatan pembelajaran transisional dari sekolah menengah ke universitas. Di tingkat sekolah menengah, limit fungsi jarang dibahas secara mendalam bahkan diabaikan, sementara di universitas konsep ini menjadi dasar untuk memahami turunan, integral, dan teori matematika lainnya. Perubahan mendadak ini sering kali menyebabkan kebingungan bagi peserta didik, yang mungkin kesulitan memahami abstraksi yang lebih tinggi tanpa fondasi yang kuat. Penelitian yang hanya fokus pada metode transisi, seperti pengembangan kurikulum berbasis aplikasi, program pengayaan, atau alat bantu visualisasi, dapat membantu menjembatani pertemuan ini. Misalnya, memperkenalkan simulasi berbasis komputer di sekolah menengah dapat memberikan intuisi tentang konsep limit fungsi sebelum peserta didik menghadapi analisis formal di universitas. Kajian mendalam mengenai metode transisional ini penting untuk memastikan pembelajaran yang lebih efektif dan berkelanjutan.

4.5.3 Penerapan Limit dalam Pemodelan Simultaneous

Dalam teknologi modern, penetapan limit fungsi yang secara bersamaan untuk berbagai parameter teknologi modern, sering terjadi secara bersamaan untuk berbagai parameter yang sering berinteraksi, seperti dalam jaringan komputer, optimasi multi-faktor, dan simulasi sistem dinamis. Namun, penelitian tentang limit fungsi dalam pemodelan simultaneous masih dilakukan. Tantangan utama adalah memahami bagaimana sistem akan berperilaku ketika beberapa variabel bersama - sama memengaruhi nilai kritis. Misalnya pada jaringan komunikasi desain, throughput dan latensi harus dianalisis secara bersama untuk menentukan kondisi kerja terbaik ataupun kondisi yang tidak menguntungkan. Studi juga dapat membantu mengembangkan algoritma yang lebih fleksibel untuk kemajuan teknologi simultaneous, seperti big data atau sistem berbasis Internet of Things. Penelitian ini lebih lanjut diperlukan untuk mengembangkan metode matematika dan komputasi yang mampu menganalisis untuk mengembangkan multi dimensi ini secara efisien.

4.5.4 Penilaian Efektivitas Pembelajaran Limit

Efektivitas pendidikan limit seringkali hanya berfokus pada metode tradisional, seperti penggunaan definisi formal dan manipulasi simbolis. Pendekatan ini kurang efektif dalam mengembangkan pemahaman konseptual peserta didik. Ada beberapa penelitian yang membandingkan efektivitas metode pengajaran tradisional dengan metode yang didasarkan pada alat bantu visual, konteks, dan simulasi dinamis. Penelitian diperlukan untuk memahami bagaimana siswa dapat memahami limit fungsi secara intuitif menggunakan aplikasi teknologi interaktif atau simulasi numerik. Selain itu, mengevaluasi bagaimana pendidikan dapat diintegrasikan secara lebih holistik dengan menggunakan penerapan disiplin turunan, integral, dan lintas merupakan bidang penelitian penting untuk memastikan adanya hubungan yang kuat antara teori dan praktik.

6. Kesimpulan

Konsep limit fungsi sangat penting dalam menyederhanakan dan menganalisis fenomena kompleks di berbagai bidang, seperti fisika, ekonomi, dan biologi. Aplikasi konsep ini, seperti perhitungan kecepatan sesaat, pemodelan pertumbuhan ekonomi, dan analisis dinamika populasi, menunjukkan betapa relevannya konsep ini dalam kehidupan sehari-hari. Namun, ada kesenjangan dalam metodologi pengajaran dan kurangnya integrasi antar disiplin yang menghalangi pemahaman siswa dan penerapan praktisnya. Oleh karena itu, dibutuhkan inovasi dalam metode pembelajaran dan penelitian yang lebih mendalam untuk menutup kesenjangan ini, sehingga limit fungsi dapat

dimanfaatkan secara optimal sebagai alat analisis dan solusi untuk berbagai tantangan yang dihadapi dalam kehidupan.

Ucapan Terima Kasih

Kami sebagai penulis artikel mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penyusunan artikel ini. Terima kasih kepada teman-teman yang telah berbagi pengetahuan, serta kepada pembaca yang telah meluangkan waktu untuk menyimak tulisan ini. Semoga artikel ini bermanfaat dan dapat memberikan wawasan yang lebih mendalam.

Pernyataan Konflik Kepentingan

Pada saat ini para penulis menyatakan bahwa tidak ada potensi konflik kepentingan terkait dengan penelitian, penulisan, dan/atau publikasi dari artikel ini.

Daftar Pustaka

Agvieto, & Vanesa Brenda. (2017). *Analisis kompleksitas algoritma prediksi Esspi: Exponential smoothing seasonal planting index dengan notasi Big O*. Retrieved from http://repository.uksw.edu/handle/123456789/13683

Anggreini, D. (2018). *Penerapan persamaan diferensial Verhulst dalam menentukan proyeksi penduduk di Kabupaten Tulungagung*. *Jurnal Fourier, 7*(2), 87–102. https://doi.org/10.14421/fourier.2018.72.87-102

Anugrah, N., Kustiawati, D., Fitriyani, S., Cahyani, W. M., & UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, F. (2022). *Penerapan limit fungsi untuk mencari keuntungan maksimum ditinjau dari biaya marginal: Application of limit functions to find maximum profit in view of marginal costs*. *Jurnal Penelitian dan Pengabdian Masyarakat, 2*(8), 1288–1296. https://doi.org/10.36418/comserva.v2i08.485

Atkins, P., De Paula, J., & Keeler, J. (2014). *Physical chemistry* (11th ed.). Oxford University Press.

Bloch, D., & Book, A. (2020). *Predicting future implied volatility surface using TDBP-learning*. Retrieved from https://ssrn.com/abstract=3739514

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Instructor's manual: Introduction to algorithms* (3rd ed.). The MIT Press.

Darma, S. K. (2012). *Analisis kebutuhan pengembangan buku ajar matematika terapan untuk mahasiswa politeknik*. *Jurnal Teknodik, 16*(3), 338–352. https://doi.org/10.32550/teknodik.vi0.34

Firmanti, P., Rahmi, F., & Matematika, P. (2023). *Penggunaan mind mapping untuk meningkatkan kemampuan koneksi matematika materi limit dan turunan*. *Jurnal Pendidikan Matematika Pedagogy, 8*(2), 323–340. https://doi.org/10.30605/pedagogy.v8i2.3056

Fransiscani, L., & Turnip, B. (2024). *Maraknya gugatan lelang: Kajian yuridis penetapan nilai limit obyek lelang hak tanggungan*. *Jurnal Hukum dan Bisnis, 10*(1), 179–186.

Guichard, D., Koblitz, N., & Keisler, J. (2018). *Calculus: Early transcendentals, differential & multi-variable calculus for social sciences* [Creative Commons license (CC BY-NC-SA)].

Hambal Azhari, M., Ritzkal, R., & Prakosa, B. A. (2024). *Rancang bangun dan pemanfaatan notifikasi Telegram pada alat penyewaan power bank*. *Jurnal Pendidikan dan Teknologi Indonesia, 4*(11), 313–324. https://doi.org/10.52436/1.jpti.450

Hasanah, H. (2019). *Analisis kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal turunan fungsi aljabar*. *Jurnal Intent, 2*(1), 76–84.

Hull, J. C., & Rotman, J. L. (2017). *Options, futures, and other derivatives* (11th ed.). Pearson.

Hull, J., & White, A. (2017). Optimal delta hedging for options. *Journal of Banking and Finance, 82*, 180–190. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2017.05.006

Khidmat, R. P., Ulum, M. S., Lestari, D. E., & Fukuda, H. (2020). *Optimasi komponen fasad menggunakan generative algorithm (Studi kasus: ITERA Lampung)*. *Jurnal Arsitektur, 10*(1), 19–28. Retrieved from http://jurnal.ubl.ac.id/index.php/ja

Kulsum, I., Siliwangi, I., Sudirman, J., & Barat, I. (2020). *Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal matematika materi limit fungsi aljabar*. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif, 3*(4), 285–292. https://doi.org/10.22460/jpmi.v3i4.285-292

Mankiw, N. G. (2014). *Principles of economics* (7th ed.). Cengage Learning.

Nabilla, S., & Nursanti, Y. B. (2024). *Penerapan limit fungsi mencari keuntungan maksimum dari biaya marginal*. *Jurnal Ekonomi dan Bisnis, 13*(2), 168–176. https://doi.org/10.34308/eqien.v13i02.1624

Nur Aini, N. S., & Lutfi, L. (2019). *The influence of risk perception, risk tolerance, overconfidence, and loss aversion towards investment decision making*. *Journal of Economics, Business, & Accountancy Ventura, 21*(3), 401–413. https://doi.org/10.14414/jebav.v21i3.1663

Pratama, Y., Prihandono, B., & Kusumastuti, N. (2013). *Aplikasi matriks Leslie untuk memprediksi jumlah dan laju pertumbuhan suatu populasi*. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster), 2*(3), 163–172.

Purba, S., & Hutagaol, Y. E. (2017). *Analisis kesalahan konsep siswa terhadap materi limit fungsi di kelas XI MIA 3 SMA Negeri 21 Medan*. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains, 12*(2), 90–99.

Rustam, T. S., Hidayat, A. R., & Sulasmiyati, S. (2015). *Analisis pengaruh inflasi, tingkat suku bunga, nilai tukar rupiah dan cadangan devisa terhadap penanaman modal asing di Indonesia (Studi pada Bank Indonesia periode tahun 2006–2014)*. *Jurnal Administrasi Bisnis, 25*(2), 1–7

Sari, L. D., & Prihandono, T. (2018). Pengaruh paparan medan magnet ELF (extremely low frequency) 500μT dan 700μT terhadap derajat keasaman (pH) daging ayam, *FKIP e-PROCEEDING*, *3*(1): 195-199.

Suratno, J., & Sari, D. P. (2021). *Analisis komparatif kurikulum matematika di Indonesia, Korea Selatan, dan Singapura pada jenjang sekolah menengah atas*. *Jurnal Pendidikan Guru Matematika, 1*(1), 64–72. https://doi.org/10.33387/jpgm.v1i1.2658

Syarifah, L. L. (2017). *Analisis kemampuan pemahaman matematis pada mata kuliah pembelajaran matematika SMA II*. *Jurnal Penelitian dan Pembelajaran Matematika, 10*(2), 57–71. https://doi.org/10.30870/jppm.v10i2.2031

Wibowo, E. P., Heruseto, B., Affandi, H., & Irianto, A. (2012). *Konsep dan desain ADC berbasis CMOS*. Graha Ilmu.